

К 90-летию М.В. Долова

Л.С. Ефремова

Аннотация. Статья содержит краткую биографию профессора М.В. Долова, описание его основных научных достижений и краткое описание статей, вошедших в специальные выпуски журнала “Математика и теоретические компьютерные науки”, посвященные проведенной в Нижегородском государственном университете конференции к 90-летию М.В. Долова.

Ключевые слова: Михаил Васильевич Долов.

Михаил Васильевич Долов – выдающийся специалист в области качественной (топологической) и аналитической теории дифференциальных уравнений. В 2024 году исполнилось 90 лет со дня его рождения, а в феврале 2025 года в Институте информационных технологий, математики и механики, образовавшемся в 2015 году при слиянии механико-математического факультета и факультета вычислительной математики и кибернетики Нижегородского государственного университета, прошла конференция, посвященная этой юбилейной дате.



Михаил Васильевич родился 5 ноября 1934 года в селе Михайловка Арзамасского района Горьковского края (сейчас это территория Нижегородской области) в крестьянской семье, вырастившей 11 детей.

Видя интерес Михаила к учебе, после 8-го класса отец отправил его учиться в Арзамас. В 1953 году Михаил Васильевич окончил с отличием Арзамасский учительский институт по специальности “Физика и математика”. После работы учителем математики и службы в армии в 1957 году М.В. Долов поступил в Горьковский (ныне Нижегородский) государственный университет на физико-математический факультет (в 1959 году факультет разделился на физический и механико-математический). В 1962 году М.В. Долов с отличием окончил механико-математический факультет университета, связав всю свою дальнейшую деятельность с этим факультетом.

С 1962 по 1964 год Михаил Васильевич – ассистент кафедры математического анализа и дифференциальных уравнений механико-математического факультета, в 1964–1967 гг. – аспирант той же кафедры (научный руководитель профессор Н.Ф. Отроков). В 1967 году

М.В. Долов успешно защищает кандидатскую диссертацию “Некоторые методы исследования предельных циклов”. С 1971 года он – доцент механико-математического факультета Горьковского университета, с 1972 по 1979 год работает на кафедре математической физики, а с 1979 по 1989 – на кафедре теории функций (до 1985 года – в должности доцента). В 1984 году М.В. Долов успешно защищает докторскую диссертацию “Канонические интегралы и предельные циклы”.

В 1985–1989 гг. Михаил Васильевич заведует кафедрой теории функций (ученое звание профессора присвоено в 1987 году), а в период с 1989 г. по 2000 г. – кафедрой дифференциальных уравнений и математического анализа механико-математического факультета; с 2000-го и до 2015 года работает в должности профессора той же кафедры.

М.В. Долов – автор более 150 научных работ, математик широкого кругозора, его основные научные интересы лежат на стыке качественной (топологической) и аналитической теории дифференциальных уравнений. Он развил теорию канонических и квазиканонических многозначных интегралов для автономных систем дифференциальных уравнений, важную часть которой составляет теория интегралов Дарбу, в настоящее время получившая дальнейшее обобщение и развитие в теории неавтономных дифференциальных уравнений и дифференциальных уравнений в частных производных.

Теория многозначных интегралов доказала свою эффективность при качественном исследовании автономных динамических систем. В частности, она применяется при решении вопросов существования предельных и особых циклов, различения простых и кратных предельных циклов дифференциальных уравнений.

С использованием теории канонических интегралов М.В. Долов решил проблему Н.П. Еругина о существовании двумерных полиномиальных динамических систем, имеющих центр и предельные циклы.

Первые интегралы Дарбу использовались К.С. Сибирским и его учениками при решении локальной задачи различения центра и фокуса в случае чисто мнимых корней характеристического уравнения, соответствующего состоянию равновесия. В начале 70-х годов XX века К.С. Сибирский высказал гипотезу о всюду плотности множества двумерных автономных полиномиальных систем с чисто мнимыми корнями характеристического уравнения, интегрируемых по Дарбу, в множестве всех систем, имеющих простое состояние равновесия типа центр. Изучив влияние топологических и аналитических свойств инвариантных кривых двумерной автономной полиномиальной системы на свойство интегрируемости по Дарбу, М.В. Долов опроверг гипотезу К.С. Сибирского.

М.В. Доловым получены результаты, относящиеся к 16-й проблеме Гильберта. Эти исследования, во многом, связаны со статьей другого выдающегося нижегородского математика Н.Н. Баутина [1]. В этой статье указано полиномиальное векторное поле степени n , для которого только овалы алгебраической M -кривой степени n (т. е. алгебраической кривой степени n с максимальным числом овалов) являются предельными циклами. Однако указанная работа Н.Н. Баутина содержала пробелы, которые были устранены в статьях М.В. Долова.

Научное наследие М.В. Долова включает и статьи по исследованию бифуркаций рождения предельных циклов из кратного фокуса, кратного предельного цикла и петли сепаратрисы простого седла для некоторых автономных алгебраических систем дифференциальных уравнений на плоскости; рассмотрению вопросов о числе и степени M -кривых, определяющих предельные циклы; по изучению полиномиальных векторных полей с линейными частными интегралами (подробное изложение результатов, составляющих основное научное наследие М.В. Долова, приведено в [2]). Наиболее полный библиографический список его основных (но не всех) научных работ содержится в [2, 3].

Михаил Васильевич был прекрасным человеком, который удивительным образом сочетал в себе строгость, честность и высокую требовательность с неизменной доброжелательностью и готовностью всегда прийти на помощь. Тысячи бывших студентов с искренним восхищением вспоминают его блестящие лекции по различным общим и специальным курсам. Девять его аспирантов защитили кандидатские диссертации, и большинство из них связали свою деятельность с высшим образованием.

В третий и четвертый выпуски третьего тома журнала “Математика и теоретические компьютерные науки”, посвященные конференции к 90-летию М.В. Долова, вошли статьи, подготовленные его учениками, коллегами и участниками его семинаров.

Третий выпуск содержит исследовательские статьи по различным аспектам топологической теории динамических систем, а четвертый – исследовательские статьи по топологической динамике отображений некоторых разветвленных континуумов и приложениям теории динамических систем и дифференциальных уравнений к различным задачам физики.

Так, статья А.Д. Морозова и К.Е. Морозова “М.В. Долов и шестнадцатая проблема Гильберта”, посвящена анализу результатов М.В. Долова и других представителей Нижегородской математической школы, связанных с шестнадцатой проблемой Гильберта.

В статье Е.Я. Гуревич “О топологической классификации потоков с гетероклиническими кривыми на четырехмерных многообразиях”, дана топологическая классификация гладких структурно устойчивых потоков на четырехмерных замкнутых многообразиях, неблуждающее множество которых удовлетворяет некоторым дополнительным условиям, а блуждающее множество содержит изолированные траектории, соединяющие седловые состояния равновесия (т. е. гетероклинические траектории).

Статья Р.А. Дедаева, Н.И. Жуковой и Р.Р. Имаева “Аттракторы групп гомеоморфизмов на многообразиях с краем” посвящена изучению влияния непустого края n -мерного топологического многообразия на структуру глобальных аттракторов группы гомеоморфизмов этого многообразия.

В статье Л.С. Ефремовой и М.А. Шалагина “Об асимптотическом поведении траекторий косых произведений с замкнутым множеством периодических точек”, дано описание неблуждающего множества косых произведений типа 2^∞ с замкнутым множеством периодических точек, заданных на многомерных клетках; приведен оригинальный пример простейшего отображения с замкнутым множеством периодических точек, заданного

на клетке произвольной конечной размерности и имеющего одномерный нехаотический аттрактор.

В статье Т.Д. Мартынова, О.В. Починки и Е.Е. Чилиной “Классификация меняющих ориентацию периодических гомеоморфизмов двумерного тора”, найдены все характеристики (т. е. конечные наборы данных, полностью описывающие классы топологической сопряженности периодических гомеоморфизмов ориентируемых компактных поверхностей) меняющих ориентацию периодических гомеоморфизмов двумерного тора.

В статье Е.Н. Махровой “О минимальных множествах непрерывных отображений на одномерных континуумах”, изучается взаимосвязь свойств отображений конечных деревьев и дендритов на минимальных множествах со свойствами отображения счетчика (“adding machine”).

Четвертый выпуск третьего тома журнала является продолжением выпуска 3 и включает в себя одну статью по динамике непрерывных отображений дендритов и три статьи по различным аспектам приложений общей теории динамических систем к физическим задачам.

Так, в статье С.С. Бельмесовой и Л.С. Ефремовой “О топологической сопряженности квадратичных отображений в неограниченных областях”, устанавливается взаимная топологическая сопряженность известных в математической литературе, но трудно поддающихся изучению квадратичных эндоморфизмов плоскости. Полученные здесь результаты о блуждающих траекториях дают ответ на вопрос тридцатилетней давности о поведении коэффициентов прохождения и отражения плоской волны с заданным импульсом в поле одномерной квазикристаллической решетки.

Статья А.В. Калинина и А.А. Тюхтиной “Характеризация источников, локализованных в пространстве квазистационарных электромагнитных полей”, посвящена изучению некоторых систем линейных дифференциальных уравнений в частных производных, возникающих при моделировании стационарных и квазистационарных электромагнитных явлений, и аспектам применения полученных результатов к соответствующим обратным задачам (о восстановлении источников по результатам граничных наблюдений магнитных и электрических полей).

В статье Е.Н. Махровой “Топологическая энтропия, подкова и минимальные множества непрерывных отображений дендритов” доказано, что положительность топологической энтропии непрерывного отображения дендрита со счетным множеством концевых точек эквивалентна существованию дуговой подковы у некоторой итерации рассматриваемого отображения. При этом установлено, что ключевую роль в исследовании энтропийных аспектов динамики такого рода отображений играют бесконечные минимальные множества.

В статье В.Ж. Сакбаева “Продолжения фазовых траекторий и расширения дифференциальных операторов”, рассматриваются продолжения совокупности фазовых траекторий некоторых векторных полей на графах или плоских областях. Этим продолжениям сопоставляется самосопряженное расширение дифференциального оператора, заданного

на гладких финитных функциях, определенных на графе или плоской области. Дается описание самосопряженных расширений дифференциального оператора, ассоциированных как с детерминированными продолжениями траекторий, так и со стохастическими их продолжениями через границу фазового пространства.

Список литературы

- [1] Н.Н. Баутин, *Оценка числа алгебраических предельных циклов системы $\dot{x} = P(x, y)$, $\dot{y} = Q(x, y)$ с алгебраическими правыми частями*, Дифференц. уравнения **16** (2), 362 (1980).
URL: <https://www.mathnet.ru/rus/de3931>
- [2] Е.В. Круглов, *Алгебраические дифференциальные уравнения с заданными интегралами. Обзор результатов, полученных М.В. Доловым*, Математика в высшем образовании **22**, 91–106 (2024).
- [3] Н.И. Авдонин, А.А. Алексеев, Е.В. Круглов, *70 лет Михаилу Васильевичу Долову*, Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского, сер. Матем. (1), 172–179 (2005).

Людмила Сергеевна Ефремова

Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского,
пр-т Гагарина, д. 23, г. Нижний Новгород, 603022, Россия,

Московский физико-технический институт (университет),

Институтский переулок, д. 9, г. Долгопрудный, Московская область, 141701, Россия,
e-mail: ludmila.efremova@itmm.unn.ru

To the 90th anniversary of M.V. Dolov

L.S. Efremova

Abstract. The article contains a brief biography of Professor M.V. Dolov, a description of his main scientific achievements and a brief description of articles included into the Special Issues of the Journal “Mathematics and Theoretical Computer Science”, dedicated to the conference “To the 90th anniversary of M.V. Dolov” held at Nizhny Novgorod State University.

Keywords: Mikhail Vasil’evich Dolov.

References

- [1] N.N. Bautin, *Estimation of the number of algebraic limit cycles of a system $\dot{x} = P(x, y)$, $\dot{y} = Q(x, y)$ with algebraic right-hand sides*, Differential Equations **16** (2), 362 (1980) [in Russian].
URL: <https://www.mathnet.ru/rus/de3931>
- [2] E.V. Kruglov, *Algebraic differential equations with given integrals. Review of the results obtained by M. V. Dolov*, Mathematics in Higher education **22**, 91–106 (2024) [in Russian].
- [3] N.I. Avdonin, A.A. Alekseev, E.V. Kruglov, *70 years of Mikhail Vasilyevich Dolov*, Bull. Lobachevsky Nizhny Novgorod Univ., ser. Math. (1), 172–179 (2005) [in Russian].

Lyudmila Sergeevna Efremova

Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod,
23 Gagarin ave., Nizhny Novgorod 603022, Russia,

Moscow Institute of Physics and Technology,
9 Institutskii alley, Dolgoprudny, Moscow Region, 141701, Russia,
e-mail: ludmila.efremova@itmm.unn.ru